Утверждены
на заседании региональной предметно-
методической комиссии всероссийской
олимпиады школьников
математике
24.10.2024

Требования к организации и проведению муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ **в 2024-2025 учебном году**

2024 год

1. Общие положения

1.1. Нормативная база

Требования к организации и проведению муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике в 2024-2025 учебном году составлены на основании следующих нормативных документов:

- Приказа Министерства просвещения Российской Федерации от 27 ноября 2020 №678 «Об утверждении Порядка проведения всероссийской олимпиады школьников» с изменениями, утвержденными приказами Министерства просвещения РФ от 16 августа 2021 г. №565, от 14 февраля 2022 г. № 73, от 26 января 2023 г. № 55 и от 5 августа 2024 г. №528 (далее – Порядок);
- Методических рекомендаций по организации и проведению школьного и муниципального этапов всероссийской олимпиады школьников в 2024/25 учебном году, размещенных в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" по адресу: https://vserosolimp.edsoo.ru/.
- Методических рекомендаций по проведению школьного и муниципального этапов всероссийской олимпиады школьников по математике в 2024/2025 учебном году, утвержденных на заседании центральной предметно-методической комиссии всероссийской олимпиады школьников по математике (протокол № 3 от 28 мая 2024 г.), размещенных в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" по адресу: https://vserosolimp.edsoo.ru/.

Олимпиада по математике проводится в целях выявления и развития у обучающихся творческих способностей и интереса к научной (научно-исследовательской) деятельности, пропаганды научных знаний.

Анализ результатов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников (далее – Олимпиада) позволяет сравнивать качество работы с учащимися в различных школах, устанавливать уровень подготовки учащихся всего региона, определять направления работы с одарёнными школьниками в регионе. Усиливается мотивирующая роль олимпиады, так как у её участников появляется возможность сравнения своих математических способностей и олимпиадных достижений с аналогичными способностями и достижениями учащихся не только своей школы, но и других школ. Муниципальный этап Олимпиады является отборочным соревнованием, поскольку по его итогам из большого числа сильнейших школьников различных муниципальных образований формируется состав участников регионального этапа.

1.2. Функции организационного комитета

Организационный комитет муниципального этапа Олимпиады (далее – Оргкомитет) обеспечивает:

– проведение олимпиады в соответствии с Порядком, нормативными правовыми актами, регламентирующими проведение муниципального этапа олимпиады и действующими на момент проведения олимпиады санитарно-эпидемиологическими требованиями к условиям и организации обучения в образовательных организациях;

– выполнение требований к материально-техническому оснащению олимпиады по каждому общеобразовательному предмету;

– сбор и хранение согласий совершеннолетних участников (родителей (законных представителей) для несовершеннолетних участников) на обработку персональных данных; согласия совершеннолетних участников (родителей (законных представителей) для несовершеннолетних участников) на обработку персональных данных разрешенных субъектом персональных данных для распространения;

– информирование участников о сроках и местах проведения олимпиады, продолжительности и времени начала выполнения олимпиадных заданий, правилах оформления выполненных олимпиадных работ, основаниях для удаления с олимпиады, времени и месте ознакомления с результатами олимпиады, процедурах анализа заданий олимпиады и их решений, показа выполненных олимпиадных работ, порядке подачи и рассмотрения апелляций, в том числе с использованием информационных стендов ОО - площадок проведения олимпиады;

– назначение организаторов в аудитории проведения, вне аудиторий проведения и их инструктаж, включающий правила проведения олимпиады, особенности проведения туров по каждому общеобразовательному предмету, обязанности участников и организаторов;

– проведение регистрации участников олимпиады;

– тиражирование материалов в день проведения олимпиады;

– контроль соблюдения выполнения участниками Порядка и Требований к организации и проведению муниципального этапа олимпиады по математике;

– кодирование (обезличивание) и декодирование олимпиадных работ участников муниципального этапа олимпиады;

– своевременную передачу обезличенных работ участников членам жюри для проверки;

– подготовку и внесение данных в протокол предварительных результатов;

– информирование участников о результатах выполнения ими олимпиадных заданий;

– проведение процедур анализа выполненных олимпиадных заданий и их решений, показа работ участников;

– приём заявлений на апелляцию от участников олимпиады;

– проведение апелляций по каждому общеобразовательному предмету.

– хранение работ участников олимпиады в течение срока, установленного оргмоделью.

Для проведения муниципального этапа Олимпиады Оргкомитет разрабатывает организационно-технологическую модель проведения муниципального этапа.

1.3. Функции жюри

Состав жюри олимпиады формируется из числа педагогических, научно-педагогических работников, руководящих работников ОО, аспирантов, ординаторов, победителей международных олимпиад школьников и победителей и призеров заключительного этапа всероссийской олимпиады школьников по математике, завершивших обучение по программам общего образования и достигших возраста 18 лет, а также специалистов, обладающих профессиональными знаниями, навыками и опытом в сфере математики и утверждается организатором олимпиады.

Число членов жюри муниципального этапа олимпиады по математике должно составлять не менее 5 человек.

Жюри муниципального этапа олимпиады:

– осуществляет оценивание выполненных олимпиадных работ;

– проводит анализ олимпиадных заданий и их решений, показ выполненных олимпиадных работ в соответствии с Порядком и оргмоделью муниципального этапа олимпиады;

– определяет победителей и призёров олимпиады по математике на основании ранжированного списка участников с учетом результатов рассмотрения апелляций и в соответствии с квотой, установленной организатором муниципального этапа олимпиады, и оформляет итоговый протокол;

– направляет организатору муниципального этапа олимпиады протокол жюри, подписанный председателем и членами жюри по математике, с результатами олимпиады, оформленными в виде рейтинговой таблицы победителей, призёров и участников (Приложение 1) с указанием сведений об участниках, классе и набранных ими баллах по математике (далее – рейтинговая таблица);

– направляет организатору муниципального этапа олимпиады аналитический отчет о результатах выполнения олимпиадных заданий, подписанный председателем жюри;

– своевременно передает данные в оргкомитет муниципального этапа для заполнения соответствующих баз данных олимпиады.

Протоколы работы жюри и рейтинговые таблицы направляются организатору муниципального этапа олимпиады в форме, определённой организатором (электронная форма, скан-копии, письменная форма и т.п.).

2. Процедура проведения муниципального этапа Олимпиады

2.1. Общие положения

Олимпиада проводится на территории Российской Федерации.

Рабочим языком проведения олимпиады является русский язык.

Участие в олимпиаде индивидуальное, олимпиадные задания выполняются участником самостоятельно, без помощи посторонних лиц.

Муниципальный этап олимпиады состоит из одного (теоретического) тура для каждой из возрастных параллелей 7-х, 8-х, 9-х, 10-х и 11-х классов. Предполагается проведение муниципального этапа Олимпиады по математике в очной форме.

Продолжительность тура для 7-11 классов составляет – 3 часа 55 минут (235 минут). Рекомендуемое время начала тура – 10.00 по местному времени.

Задания олимпиады в каждой параллели включают по 5 задач.

К участию в муниципальном этапе олимпиады допускаются:

– участники школьного этапа олимпиады текущего учебного года, набравшие необходимое для участия в муниципальном этапе олимпиады количество баллов, установленное организатором муниципального этапа олимпиады по каждому общеобразовательному предмету и классу;

– победители и призёры муниципального этапа олимпиады предыдущего учебного года, продолжающие освоение основных образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

Участник муниципального этапа олимпиады выполняет олимпиадные задания, разработанные для класса, программу которого он осваивает, или для более старших классов. В случае прохождения участников, выполнивших задания, разработанные для более старших классов по отношению к тем, программы которых они осваивают, на следующий этап олимпиады, указанные участники и на следующих этапах олимпиады выполняют олимпиадные задания, разработанные для класса, который они выбрали на предыдущем этапе олимпиады.

Площадки проведения муниципального этапа олимпиады по математике определяются организатором.

Места проведения олимпиады должны соответствовать требованиям нормативных правовых актов, регламентирующих проведение соответствующего этапа олимпиады, и действующих на момент проведения олимпиады санитарно-эпидемиологическим требованиям к условиям и организации обучения в образовательных организациях.

Решение о проведении школьного и муниципального этапов олимпиады с использованием информационно-коммуникационных технологий (далее - ИКТ) принимается организатором школьного и муниципального этапов олимпиады по согласованию с ОИВ.

В случаях проведения олимпиады с использованием ИКТ особенности проведения определяются с учетом технических возможностей организатора и площадок проведения (пропускная способность канала Интернет, наличие соответствующего информационного ресурса, личных кабинетов участников и пр.) и отражаются в оргмодели.

2.2. Проведение олимпиадных туров

Для проведения тура необходимы аудитории, в которых каждому участнику олимпиады должно быть предоставлено отдельное рабочее место, оборудованное с учетом требований к проведению олимпиады. Все рабочие места участников олимпиады должны обеспечивать им равные условия, соответствовать действующим на момент проведения олимпиады санитарно-эпидемиологическим правилам и нормам.

Расчет числа аудиторий определяется числом участников и посадочных мест в аудиториях. Проведению тура предшествует краткий инструктаж участников, в ходе которого они должны быть проинформированы о продолжительности олимпиады, справочных материалах, средствах связи и электронно-вычислительной техники, разрешенных к использованию во время проведения олимпиады, правилах поведения, запрещенных действиях, датах опубликования результатов, процедурах анализа олимпиадных заданий и их решений, показа работ и порядке подачи апелляции в случаях несогласия с выставленными баллами.

Все участники муниципального этапа олимпиады обеспечиваются:

– заданиями, бланками (листами) ответов;

– необходимым оборудованием в соответствии с требованиями по каждому общеобразовательному предмету олимпиады;

– черновиками (при необходимости).

Перед началом работы участники олимпиады под руководством организаторов в аудитории заполняют титульный лист, который заполняется от руки разборчивым почерком буквами русского алфавита. На титульном листе должна содержаться следующая информация: указание этапа олимпиады - муниципальный, текущий учебный год, Ф.И.О., класс, полное наименование образовательной организации участника. Время инструктажа и заполнения титульного листа не включается во время выполнения работы.

После заполнения титульных листов участники одновременно приступают к выполнению заданий.

Задания могут выполняться участниками на бланках (листах) ответов или листах А4, тетрадях, выданных организаторами.

За 30 минут и за 5 минут до времени окончания выполнения заданий организаторам в локации (аудитории) необходимо сообщить участникам о времени, оставшемся до завершения выполнения заданий.

Во время проведения соревновательных туров участникам олимпиады запрещается:

– общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории;

– выносить из аудиторий и мест проведения олимпиады олимпиадные задания на бумажном и (или) электронном носителях, листы ответов и черновики, копировать олимпиадные задания;

– обмениваться любыми материалами и предметами, использовать справочные материалы, средства связи и электронно-вычислительную технику, если иное не предусмотрено и не прописано в требованиях к проведению олимпиады по математике;

– покидать место проведения без разрешения организаторов или членов оргкомитета.

В случае нарушения установленных правил, участник олимпиады удаляется из аудитории, его работа аннулируется. В отношении удаленного участника составляется акт, который подписывается организаторами и членами оргкомитета.

Опоздание участников олимпиады к началу ее проведения, выход из аудитории участников по уважительной причине не дают им права на продление времени выполнения заданий соревновательного тура.

Во время выполнения олимпиадных заданий участник олимпиады вправе покинуть аудиторию только по уважительной причине. При этом запрещается выносить олимпиадные задания (бланки заданий), черновики и бланки ответов.

В каждой аудитории, где проходят соревновательные туры, необходимо обеспечить наличие часов. Время начала и окончания соревновательного тура олимпиады фиксируется организатором на информационном стенде (школьной доске).

Все участники во время проведения олимпиады должны размещаться по одному человеку за столом (партой). Рассадка осуществляется таким образом, чтобы участники олимпиады не могли видеть записи в бланках (листах) ответов других участников.

В местах проведения соревновательных туров олимпиады вправе присутствовать: представители организатора, оргкомитета и жюри, технические специалисты (в случае необходимости), а также граждане, аккредитованные в качестве общественных наблюдателей в порядке, установленном Министерством просвещения Российской Федерации.

После окончания времени выполнения олимпиадных заданий все листы, используемые участниками в качестве черновиков, должны быть помечены словом «черновик». Черновики сдаются организаторам, членами жюри не проверяются, а также не подлежат кодированию.

Бланки (листы) ответов, черновики сдаются организаторам, которые после окончания выполнения работ всеми участниками передают их работы членам оргкомитета.

Кодирование работ осуществляется шифровальной комиссией после выполнения олимпиадных заданий всеми участниками олимпиады.

Работы участников олимпиады не подлежат декодированию до окончания проверки всех работ участников членами жюри.

Участники олимпиады, досрочно завершившие выполнение олимпиадных заданий, могут сдать их организаторам и покинуть место проведения соревновательного тура.

Участники олимпиады, досрочно завершившие выполнение олимпиадных заданий и покинувшие аудиторию, не имеют права вернуться для выполнения заданий или внесения исправлений в бланки (листы) ответов.

2.3. Перечень необходимого материально-технического обеспечения муниципального этапа Олимпиады

Тиражирование заданий осуществляется с учётом следующих параметров: листы бумаги формата А4 (допускается использование листов формата А5), черно-белая печать. Допускается демонстрация условий заданий на доске.

Для выполнения заданий олимпиады каждому участнику требуются отдельные **листы бумаги формата А4 с нанесенной клеточной разметкой или тетради в клетку**. Для черновиков выдаются отдельные листы. Записи на черновиках не учитываются при проверке выполненных олимпиадных заданий. Черновики сдаются вместе с выполненными заданиями. Участники имеют право использовать свои письменные принадлежности: авторучка с синими, фиолетовыми или черными чернилами, линейка, циркуль, карандаши. Запрещено использование для записи решений ручек с красными или зелеными чернилами.

Каждому участнику, при необходимости, должны быть предоставлены предусмотренные для выполнения заданий чертёжные принадлежности. Желательно обеспечить участников ручками с чернилами одного, установленного организатором цвета.

2.4. Перечень справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники, разрешенных к использованию во время проведения муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников

При выполнении заданий теоретического тура олимпиады по математике **не** допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

2.5. Порядок кодирования, декодирования и оценивания олимпиадных работ

Бланки (листы) ответов участников олимпиады не должны содержать никаких референций на её автора (фамилия, имя, отчество) или каких-либо иных отличительных пометок, которые могли бы выделить работу среди других или идентифицировать её исполнителя. В случае обнаружения вышеперечисленного олимпиадная работа участника олимпиады не проверяется. Результат участника олимпиады по данному туру аннулируется, участнику выставляется 0 баллов за данный тур, о чем составляется протокол представителем организатора.

Обезличенные работы участников олимпиады передаются членами шифровальной комиссии председателю жюри соответствующего этапа олимпиады для проверки.

Жюри осуществляют проверку выполненных олимпиадных работ участников в соответствии с предоставленными критериями и методикой оценивания выполненных олимпиадных заданий, разработанными МПМК или РПМК.

Проверку выполненных олимпиадных работ участников олимпиады рекомендуется проводить не менее чем двумя членами жюри.

В целях повышения качества работы жюри допускается включение в состав жюри представителей нескольких мест проведения олимпиады и проверка выполненных олимпиадных работ в одном пункте проверки.

Членам жюри олимпиады запрещается копировать и выносить выполненные олимпиадные работы участников из аудиторий, в которых они проверяются, комментировать процесс проверки выполненных олимпиадных работ, а также разглашать результаты проверки до публикации предварительных результатов олимпиады.

После проверки всех выполненных олимпиадных работ участников жюри составляет протокол результатов и передаёт бланки (листы) ответов в оргкомитет для их декодирования.

После проведения процедуры декодирования результаты участников (в виде рейтинговой таблицы) размещаются на информационном стенде ОО, а также на информационном ресурсе организатора в сети Интернет.

По итогам проверки выполненных олимпиадных работ участников олимпиады, а также проведения процедуры апелляции организатору направляется аналитический отчёт о результатах выполнения олимпиадных заданий, подписанный председателем жюри.

После проведения процедуры апелляции жюри олимпиады вносятся изменения в рейтинговую таблицу результатов участников олимпиады.

Итоговый протокол подписывается председателем жюри и утверждается организатором олимпиады с последующим размещением его на информационном стенде площадки проведения, а также публикацией на информационном ресурсе организатора.

РПМК может выборочно перепроверить работы участников муниципального этапа олимпиады. В этом случае РОИВ извещает ОМСУ о предоставлении соответствующих материалов.

Порядок проведения перепроверки выполненных заданий муниципального этапа олимпиады определяет организатор регионального этапа олимпиады.

2.6. Процедура анализа заданий олимпиады

Основная цель процедуры разбора заданий – знакомство участников Олимпиады с основными идеями решения каждого из предложенных заданий, а также с типичными ошибками, допущенными участниками Олимпиады при выполнении заданий, знакомство с критериями оценивания.

Анализ олимпиадных заданий и их решений проходит в сроки, уставленные оргкомитетом.

По решению организатора анализ заданий и их решений может проводиться очно или с использованием информационно-коммуникационных технологий.

Анализ олимпиадных заданий и их решений осуществляют члены жюри муниципального этапа олимпиады.

В ходе анализа заданий и их решений представители жюри подробно объясняют критерии оценивания каждого из заданий и дают общую оценку по итогам выполнения заданий.

При анализе заданий и их решений вправе присутствовать участники олимпиады, члены оргкомитета, общественные наблюдатели, педагоги-наставники, родители (законные представители).

После проведения анализа заданий и их решений в установленное организатором время жюри по запросу участников проводит показ выполненных ими олимпиадных работ.

2.7. Процедура показа проверенных олимпиадных работ участников олимпиады

Показ выполненных олимпиадных работ участников осуществляется в сроки, уставленные оргкомитетом в соответствии с организационно-технологической моделью муниципального этапа олимпиады.

Показ работы осуществляется лично участнику олимпиады, выполнившему данную работу. Перед показом участник предъявляет членам жюри и оргкомитета документ, удостоверяющий его личность (паспорт), либо свидетельство о рождении (для участников, не достигших 14-летнего возраста).

Каждый участник олимпиады вправе убедиться в том, что выполненная им олимпиадная работа проверена и оценена в соответствии с критериями и методикой оценивания выполненных олимпиадных работ.

Во время показа запрещено выносить работы участников, выполнять фото и видеофиксацию работы, делать в ней какие-либо пометки.

Во время показа выполненных олимпиадных работ жюри не вправе изменять баллы, выставленные при проверке олимпиадных заданий.

2.8. Порядок проведения апелляции

Участник олимпиады вправе подать апелляцию о несогласии с выставленными баллами (далее - апелляция). Срок окончания подачи заявлений на апелляцию и время ее проведения устанавливается оргмоделью муниципального этапа олимпиады.

Апелляция, по решению организатора, может проводиться как в очной форме, так и с использованием информационно-коммуникационных технологий. В случае проведения апелляции с использованием информационно-коммуникационных технологий организатор должен обеспечить все необходимые условия для качественного и объективного проведения данной процедуры.

Апелляция подается лично участником олимпиады в оргкомитет на имя председателя апелляционной комиссии в письменной форме по установленному организатором образцу (приложение 2). В случаях проведения апелляции с использованием информационно-коммуникационных технологий форму подачи заявления на апелляцию определяет оргкомитет.

При рассмотрении апелляции могут присутствовать общественные наблюдатели, сопровождающие лица, должностные лица Министерства просвещения Российской Федерации, Рособрнадзора, органов исполнительной власти субъектов Российской Федерации, осуществляющих государственное управление в сфере образования, или органа исполнительной власти субъекта Российской Федерации при предъявлении служебных удостоверений или документов, подтверждающих право участия в данной процедуре. Указанные лица не вправе принимать участие в рассмотрении апелляции. В случае нарушения указанного требования перечисленные лица удаляются апелляционной комиссией из аудитории с составлением акта об их удалении, который предоставляется организатору.

Рассмотрение апелляции проводится в присутствии участника олимпиады, если в он в своем заявлении не просит рассмотреть её без его участия.

Для проведения апелляции организатором олимпиады, в соответствии с Порядком проведения ВсОШ создается апелляционная комиссия. Рекомендуемое количество членов комиссии - нечетное, но не менее 3-х человек.

Апелляционная комиссия до начала рассмотрения апелляции запрашивает у участника документ, удостоверяющий личность (паспорт), либо свидетельство о рождении (для участников, не достигших 14-летнего возраста).

Апелляционная комиссия не рассматривает апелляции по вопросам содержания и структуры олимпиадных заданий, критериев и методики оценивания их выполнения. Черновики при проведении апелляции не рассматриваются.

На заседании апелляционной комиссии рассматривается оценивание только тех заданий, которые указаны в заявлении участника.

Решения апелляционной комиссии принимаются простым большинством голосов.

В случае равенства голосов председатель комиссии имеет право решающего голоса.

Для рассмотрения апелляции членам апелляционной комиссии предоставляются либо копии, либо оригинал проверенной жюри работы участника олимпиады, олимпиадные задания, критерии и методика их оценивания, предварительный протокол оценивания работ участников.

В случае неявки по уважительным причинам (болезни или иных обстоятельств), подтвержденных документально, участника, не просившего о рассмотрении апелляции без его участия, рассмотрение апелляции по существу проводится без его участия.

В случае неявки на процедуру очного рассмотрения апелляции без объяснения причин участника, не просившего о рассмотрении апелляции без его участия, рассмотрение апелляции по существу не проводится.

Апелляционная комиссия может принять следующие решения:

- отклонить апелляцию, сохранив количество баллов;
- удовлетворить апелляцию с понижением количества баллов;
- удовлетворить апелляцию с повышением количества баллов.

Апелляционная комиссия по итогам проведения апелляции информирует участников олимпиады о принятом решении.

Решение апелляционной комиссии является окончательным.

Решения апелляционной комиссии оформляются протоколами по установленной организатором форме.

Протоколы апелляции (приложение 3) передаются председателем апелляционной комиссии в оргкомитет.

2.9. Порядок подведения итогов Олимпиады муниципального этапа олимпиады

На основании протоколов апелляционной комиссии председатель жюри вносит изменения в рейтинговую таблицу и определяет победителей и призёров муниципального этапа олимпиады по математике.

В случае выявления организатором олимпиады при пересмотре индивидуальных результатов технических ошибок в протоколах жюри, допущенных при подсчёте баллов за выполнение заданий, в итоговые результаты муниципального этапа олимпиады должны быть внесены соответствующие изменения.

Организатор олимпиады в срок до 14 календарных дней с момента окончания проведения олимпиады должен утвердить итоговые результаты муниципального этапа по каждому общеобразовательному предмету.

Итоговые результаты олимпиады организатор публикует на своем официальном ресурсе в сети Интернет.

3. Структура туров по классам, принципы составления олимпиадных заданий и формирования комплектов олимпиадных заданий

3.1. Общие положения

В теоретическом туре муниципального этапа олимпиады предметно-методическая комиссия разрабатывает задания, состоящие из 5 задач, раскрывающих требования к результатам освоения основной образовательной программы на уровне основного и среднего общего образования, планируемые результаты и примерное содержание учебного предмета «Математика», представленные в Федеральных образовательных программах основного и среднего общего образования, при этом уровень их сложности должен быть определен таким образом, чтобы на их решение участник смог затратить в общей сложности не более 235 минут. Включение в задания задач тестового типа (с выбором ответа) не допускается.

Задания теоретического тура муниципального этапа олимпиады разрабатываются отдельно для каждого класса (параллели). Возможно включение одной и той же задачи в варианты разных классов.

Основные типы задач:

- задачи на доказательство;
- задачи на нахождение ответа с обоснованием;
- задачи на построение конструкций.

К заданиям муниципального этапа олимпиады предъявляются следующие требования:

– соответствие уровня сложности заданий заявленной возрастной группе: в задания нельзя включать задачи по разделам математики, не изученным в соответствующем классе к моменту проведения олимпиады;

– задания олимпиады должны быть различной сложности для того, чтобы, с одной стороны, предоставить практически каждому ее участнику возможность выполнить наиболее простые из них, с другой стороны, достичь одной из основных целей олимпиады – определения наиболее способных участников. Желательно, чтобы с первым заданием успешно справлялись не менее 70% участников, со вторым – около 50%, с третьим –20%–30%, а с последними – лучшие из участников олимпиады;

– тематическое разнообразие заданий: в 7-8 классах можно включать задачи по арифметике, логические задачи, задачи, использующие для решения преобразования алгебраических выражений, задачи на делимость, геометрические задачи на доказательство, комбинаторные задачи; в 9-11 классах последовательно добавляются задачи на свойства линейных и квадратичных функций, задачи по теории чисел, неравенства, задачи, использующие тригонометрию, стереометрию, математический анализ, комбинаторику;

– вариант по каждому классу должен включать в себя 5 задач следующих основных типов: задачи на доказательство, задачи на нахождение ответа с обоснованием, задачи на построение конструкций;

– в задания должны включаться задачи, имеющие привлекательные, запоминающиеся формулировки;

– формулировки задач должны быть корректными, четкими и понятными для участников. Задания не должны допускать неоднозначности трактовки условий. Задания не должны включать термины и понятия, не знакомые учащимся данной возрастной категории;

– соответствие заданий критериям и методике оценивания;

– задания не должны носить характер обычной контрольной работы по различным разделам школьной математики;

– наличие заданий, выявляющих склонность к научной деятельности и высокий уровень интеллектуального развития участников;

– наличие заданий, выявляющих склонность к получению специальности, для поступления на которые могут быть потенциально востребованы результаты олимпиады;

– недопустимо наличие заданий, противоречащих правовым, этическим, эстетическим, религиозным нормам, демонстрирующих аморальные, противоправные модели поведения и т. п.;

– недопустимо наличие заданий, представленных в неизменном виде, дублирующих задания прошлых лет, в том числе для другого уровня образования.

3.2. Критерии и методики оценивания выполнения олимпиадных заданий

При разработке критериев и методики оценивания выполненных олимпиадных заданий важно руководствоваться следующими требованиями:

– полнота (достаточная детализация) описания критериев и методики оценивания выполненных олимпиадных заданий и начисления баллов;

– система и методика оценивания олимпиадных заданий должна позволять объективно выявить реальный уровень подготовки участников олимпиады;

– для повышения качества проверки обязательным является требование двух независимых проверок каждого решения;

– на олимпиаде используется 7-балльная шкала: каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

– общий результат по итогам теоретического тура оценивается путем сложения баллов, полученных участниками за каждую задачу.

Примером шкалы оценивания олимпиадных заданий может быть следующая таблица:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. Предложенное решение допускает разбиение на этапы, верно выполнена большая их часть, но полное решение отсутствует.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

С учетом этого, предметно-методическим комиссиям рекомендуется:

– по всем теоретическим заданиям начисление баллов производить целыми, а не дробными числами, при этом оценка выполнения участником любого задания не может быть отрицательной, минимальная оценка, выставляемая за выполнение отдельно взятого задания 0 баллов;

– любое правильное решение оценивать в 7 баллов - недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника и оценить степень ее правильности и полноты;

– учитывать, что олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

– не выставлять баллы «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Бланки (листы) ответов участников олимпиады не должны содержать никаких референций на её автора (фамилия, имя, отчество) или каких-либо иных отличительных пометок, которые могли бы выделить работу среди других или идентифицировать её исполнителя. В случае обнаружения вышеперечисленного олимпиадная работа участника олимпиады не проверяется. Результат участника олимпиады по данному туру аннулируется, участнику выставляется 0 баллов за данный тур, о чем составляется протокол представителем организатора.

Кодированные работы участников олимпиады передаются председателю жюри соответствующего этапа олимпиады.

Жюри осуществляют проверку выполненных олимпиадных работ участников в соответствии с критериями и методикой оценивания выполненных олимпиадных заданий, разработанными РПМК.

Жюри не проверяет и не оценивает работы, выполненные на листах, помеченных как «Черновик».

3.3. Тематика заданий муниципального этапа олимпиады

В приведённом списке тем для пар классов некоторые темы могут относиться только к более старшему из них (в соответствии с изученным материалом).

6—7 КЛАССЫ

Числа и вычисления.

Натуральные числа и нуль. Десятичная система счисления.

Арифметические действия с натуральными числами. Представление числа в десятичной системе.

Делители и кратные числа. Простые и составные числа. НОК и НОД. Понятие о взаимно простых числах. Разложение числа на простые множители.

Чётность.

Деление с остатком. Признаки делимости на 2, 3, 5, 6, 9.

Обыкновенные дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Десятичные дроби.

Отношения. Пропорции. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин. Проценты.

Положительные и отрицательные числа. Модуль числа. Сравнение положительных и отрицательных чисел. Арифметические действия с положительными и отрицательными числами, свойства арифметических действий. Целые числа. Рациональные числа.

Уравнения.

Уравнение с одной переменной. Корни уравнения. Линейное уравнение.

Функции.

Функция. График функции. Функции $y = kx$, $y = kx + b$.

Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений.

Представление о начальных понятиях геометрии, геометрических фигурах. Равенство фигур.

Отрезок. Длина отрезка и её свойства. Расстояние между точками. Угол. Виды углов. Смежные и вертикальные углы и свойства. Пересекающиеся и параллельные прямые. Перпендикулярные прямые. Треугольник и его элементы. Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника.

Представление о площади фигуры.

Специальные олимпиадные темы.

Числовые ребусы. Взвешивания.

Логические задачи. Истинные и ложные утверждения. «Оценка + пример».

Построение примеров и контрпримеров.

Инвариант.

Принцип Дирихле.

Разрезания.

Раскраски.

Игры.

8—9 КЛАССЫ

Числа и вычисления.

Натуральные числа и нуль. Десятичная система счисления. Арифметические действия с натуральными числами. Представление числа в десятичной системе.

Делители и кратные числа. Простые и составные числа. Взаимно простые числа.

Разложение числа на простые множители. Чётность. Деление с остатком. Признаки делимости на 2^k, 3, 5^k, 6, 9, 11.

Свойства факториала. Свойства простых делителей числа и его степеней.

Обыкновенные дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями.

Десятичные дроби.

Отношения. Пропорции. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин. Проценты.

Положительные и отрицательные числа. Модуль числа. Сравнение положительных и отрицательных чисел. Арифметические действия с положительными и отрицательными числами, свойства арифметических действий.

Целые числа. Рациональные числа. Понятие об иррациональном числе. Изображение чисел точками на координатной прямой.

Числовые неравенства и их свойства. Операции с числовыми неравенствами.

Квадратный корень.

Выражения и их преобразования.

Степень с натуральным показателем и её свойства. Многочлены. Формулы сокращённого умножения. Разложение многочленов на множители. Теорема Безу.

Квадратный трёхчлен: выделение квадрата двучлена, разложение на множители.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Уравнения и неравенства.

Уравнение с одной переменной. Корни уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение рациональных уравнений.

Уравнение с двумя переменными. Система уравнений. Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Решение простейших нелинейных систем.

Графическая интерпретация решения систем уравнений с двумя переменными.

Неравенства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Неравенства второй степени с одной переменной. Неравенства о средних.

Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений, неравенств, систем уравнений.

Функции.

Прямоугольная система координат на плоскости.

Функция. Область определения и область значений функции. График функции. Возрастание функции, сохранение знака на промежутке.

Функции: $y = kx$, $y = kx + b$, $y = k/x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = |x|$. Преобразование графиков функций. Свойства квадратного трёхчлена. Геометрические свойства графика квадратичной функции.

Планиметрия.

Треугольник и его элементы. Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника.

Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников.

Неравенство треугольника.

Средняя линия треугольника и её свойства.

Соотношения между сторонами и углами треугольника. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Решение прямоугольных треугольников.

Четырёхугольники. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства. Трапеция. Средняя линия трапеции и её свойства. Площади четырёхугольников.

Понятие о симметрии.

Окружность и круг. Касательная к окружности и её свойства. Центральные и вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Угол между касательной и хордой. Пропорциональные отрезки в окружности.

Задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

Вектор. Угол между векторами. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов.

Специальные олимпиадные темы.

Логические задачи. Истинные и ложные утверждения.

«Оценка + пример».

Построение примеров и контрпримеров.

Принцип Дирихле.

Разрезания.

Раскраски.

Игры.

Инвариант.

Элементы комбинаторики.

Диофантовы уравнения (уравнения в целых числах).

10—11 КЛАССЫ

Числа и вычисления.

Делимость. Простые и составные числа. Разложение числа на простые множители. Чётность. Деление с остатком. Признаки делимости на 2^k, 3, 5^k, 6, 9, 11. Свойства факториала. Свойства простых делителей числа и его степеней. Взаимно простые числа. Целые числа. Рациональные числа. Иррациональные числа. Число π.

Выражения и их преобразования.

Многочлены. Формулы сокращённого умножения. Разложение многочленов на множители. Теорема Безу.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Корень n-й степени и его свойства. Свойства степени с рациональным показателем.

Тригонометрия.

Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Преобразования тригонометрических выражений. Свойства тригонометрических функций: ограниченность, периодичность.

Уравнения и неравенства.

Уравнения с одной переменной. Квадратные уравнения. Теорема Виета. Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения, их системы. Тригонометрические уравнения.

Неравенства с одной переменной. Решение неравенств методом интервалов. Показательные и логарифмические неравенства.

Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Простейшие уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Неравенства второй степени с одной переменной. Неравенства о средних. Системы уравнений.

Текстовые задачи, сводящиеся к решению уравнений, неравенств, систем уравнений.

Функции.

Числовые функции и их свойства: периодичность, чётность и нечётность, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения, промежутки знакопостоянства, ограниченность. Понятие об обратной функции. Свойство графиков взаимно обратных функций.

Тригонометрические функции числового аргумента: синус, косинус, тангенс, котангенс. Свойства и графики тригонометрических функций.

Показательная функция, её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график. Степенная функция, её свойства и график.

Производная, её геометрический и механический смысл.

Применение производной к исследованию функций, нахождению их наибольших и наименьших значений и построению графиков. Построение и преобразование графиков функций.

Касательная и её свойства.

Планиметрия.

Признаки равенства треугольников. Признаки подобия треугольников. Неравенство треугольника. Площадь треугольника.

Многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность. Касательная к окружности и её свойства. Центральные и вписанные углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Угол между касательной и хордой. Пропорциональные отрезки в окружности.

Вектор. Свойства векторов.

Стереометрия.

Взаимное расположение прямых в пространстве.

Свойства параллельности и перпендикулярности прямых.

Взаимное расположение прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Свойства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Взаимное расположение двух плоскостей. Свойства параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный и многогранный углы. Линейный угол двугранного угла.

Параллелепипед. Пирамида. Призма.

Декартовы координаты в пространстве. Расстояние между точками.

Вектор в пространстве.

Специальные олимпиадные темы.

«Оценка + пример».

Построение примеров и контрпримеров.

Принцип Дирихле.

Раскраски.

Игры.

Метод математической индукции.

Геометрические свойства графиков функций.

Элементы комбинаторики.

Диофантовы уравнения (уравнения в целых числах).

3.4. Примеры заданий муниципального этапа с решениями

(задания муниципального этапа Олимпиады 2023 года)

7 класс

1. Сестры Маша и Катя участвовали в танцевальном конкурсе. Им необходимо было выполнить 15 заранее определенных движений. За каждое правильно выполненное движение начислялось 10 очков, за каждое неверно выполненное движение снимались 6 очков. Девочки выполнили все движения и набрали 102 и 54 очка соответственно. Сколько движений верно выполнила Маша и сколько Катя?

Решение.

Количество движений	15	14	13	12	11	10	9	8	7
Количество очков	150	134	118	102	86	70	54	38	22

Ответ. Маша верно выполнила 12 движений, а Катя 9 движений.

2. Сестры Маша и Катя купили куклу за две тысячи семьсот рублей. У Кати было в три раза меньше денег, чем у Маши и еще 500 рублей. Сколько денег каждая девочка заплатила за куклу?

Решение. Пусть x рублей заплатила Катя. Тогда

$$x + 3(x - 500) = 2700.$$

Ответ. Катя заплатила 1050 руб, Маша 1650 руб.

3. Решите уравнение $\overline{aabb} = \overline{aa}^2 + \overline{bb}^2$. В ответ запишите пару цифр (a, b). Запись $\overline{abcd}$ соответствует четырёхзначному натуральному числу из цифр a, b, c, d. Аналогично для двухзначных чисел. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – различные цифры.

Решение. Имеем: $\overline{aabb} = 1100a + 11b$. По условию

$$1100a + 11b = (11a)^2 + (11b)^2,$$

или $99a + (a + b) = 11(a^2 + b^2)$.

Следовательно, $a + b$ кратно 11. Так как $1 \leq a \leq 9; 1 \leq b \leq 9$, то $a + b = 11$, тогда $99a + 11 = 11(a^2 + (11 - a)^2)$, $9a + 1 = a^2 + (11 - a)^2$, $2a^2 - 31a + 120 = 0$, значит, $a = 8, b = 11 - 8 = 3$.

Проверка $8833 = 88^2 + 33^2$.

Ответ. (8, 3).

4. Решите уравнение в натуральных числах $4x^2y - y - 4x^2 = 56$.

Решение. Имеем $4x^2y - y - 4x^2 + 1 = 57$. Разложим на множители левую часть уравнения

$$4x^2(y - 1) - (y - 1) = (2x - 1)(2x + 1)(y - 1).$$

Получим $(2x - 1)(2x + 1)(y - 1) = 1 \cdot 3 \cdot 19$.

Числа 3 и 19 простые. Множители $(2x - 1)$ и $(2x + 1)$ отличаются на 2 единицы, как и множители 1 и 3, следовательно,

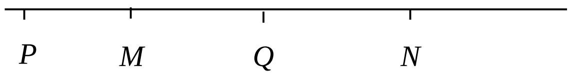
$x = 1, y = 20$.

Ответ. $x = 1, y = 20$.

5. Найти расстояние между точками M и N и точками P и Q на прямой, если точка Q середина отрезка MN, а $PM = x$, $PN = y$.

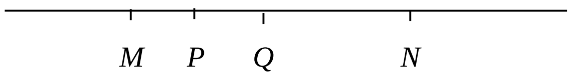
Решение. Возможны два случая: точки M и N лежат с одной стороны от точки P или по разные стороны.

1 случай. Точки M и N лежат с одной стороны от точки P.



1) $x < y$. Тогда $MN = PN - PM = y - x$, $PQ = PN - QN = y - (y - x)/2 = (x + y)/2$.
2) $x > y$. Тогда M и N меняются местами и аналогично получаем: $MN = x - y$, $PQ = (x + y)/2$.
3) $x = y$. Тогда $MN = 0$, $PQ = PM = PN = x = y$.

2 случай. Точки M и N лежат по разные стороны от точки P.



1) $x < y$. Тогда $MN = PN + PM = x + y$, $PQ = (y - x)/2$.
2) $x > y$. Тогда $MN = PN + PM = x + y$, $PQ = (x - y)/2$.
3) $x = y$. Тогда $MN = 2x$, $PQ = 0$.

Ответ. 1. Если $x < y$, то $MN = y - x$ или $MN = x + y$, $PQ = (x + y)/2$ или $PQ = (y - x)/2$.

2. Если $x > y$, то $MN = x - y$ или $MN = x + y$, $PQ = (x + y)/2$ или $PQ = (x - y)/2$.

3. Если $x = y$, то $MN = 0$ или $MN = 2x = 2y$, $PQ = x = y$ или $PQ = 0$.

8 класс

1. Пять собачек Рекс, Дик, Шарик, Ной и Принц участвовали в соревнованиях: бег, ориентирование на местности, поиск спрятанного предмета. У собачек были ошейники какого-то одного из цветов: оранжевый, бирюзовый и фиолетовый. Во всех трех соревнованиях на первом месте была собака с оранжевым ошейником, на втором с бирюзовым и на третьем с фиолетовым. На последнем месте в беге был Рекс, в ориентировании Шарик, а искал спрятанный предмет хуже всех Принц. Могли ли у Дика и Ноя быть ошейники одинакового цвета? Во время соревнований ошейники у собачек не менялись.

Решение. Собачек всего пять, цветов ошейников – три, значит у одной собачки будет ошейник отличного от всех цвета. Это не Рекс, не Шарик и не Принц, значит это либо Дик, либо Ной, а значит у них не может быть ошейников одинаковых цветов.

Ответ. Нет.

2. Два кубика изготовлены из разных материалов. Плотность материала первого кубика в 5 раз меньше, чем плотность материала второго кубика, а сторона первого кубика на 80% больше чем сторона второго. Во сколько раз масса первого кубика больше массы второго?

Решение. Объем второго кубика – x^3, первого – $(1{,}8x)^3$. Тогда масса первого кубика будет $\rho(1{,}8x)^3 = 5{,}832\rho x^3$, а второго $5\rho x^3$.

Ответ. В 1,1664 раза.

3. Решите уравнение $\overline{aabb} = \overline{aa}^2 + \overline{bb}^2$. В ответ запишите пару цифр (a, b). Запись $\overline{abcd}$ соответствует четырёхзначному натуральному числу из цифр a, b, c, d. Аналогично для двухзначных чисел. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – различные цифры.

Решение. Имеем: $\overline{aabb} = 1100a + 11b$. По условию

$$1100a + 11b = (11a)^2 + (11b)^2,$$

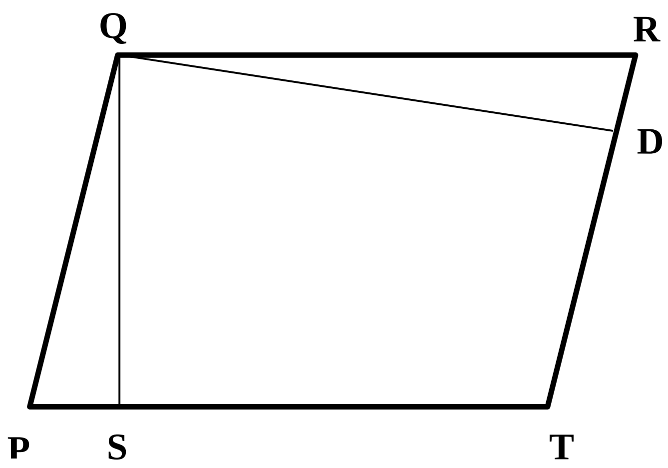
или $99a + (a + b) = 11(a^2 + b^2)$.

Следовательно, $a + b$ кратно 11. Так как $1 \leq a \leq 9; 1 \leq b \leq 9$, то $a + b = 11$, тогда $99a + 11 = 11(a^2 + (11 - a)^2)$, $9a + 1 = a^2 + (11 - a)^2$, $2a^2 - 31a + 120 = 0$, значит, $a = 8, b = 11 - 8 = 3$.

Проверка $8833 = 88^2 + 33^2$.

Ответ. (8, 3).

4. Дан параллелограмм *PQRT*. *PQ = 16, QR = 24,* точки *S* и *D* лежат на сторонах *PT и RT*, причем *QS* ⊥ *PT, QD* ⊥ *RT,* ∠*SQD = 60°.* Найдите длину *QS.*



Решение. По условию в параллелограмме $PQRT$: $QD \perp RT$ $(QD \perp QP)$ и $\angle SQD = 60°$, тогда $\angle PQS = 30°$. Значит, $PS = \frac{1}{2}PQ = 8$.

Из ΔPSQ, где $PQ = 16$ м, $PS = 8$ м, $QS^2 = PQ^2 - PS^2$, или $QS = \sqrt{(16 - 8)(16 + 8)} = \sqrt{8 \cdot 8 \cdot 3} = 8\sqrt{3}$.

Ответ. $8\sqrt{3}$.

5. Докажите, что при $m > 0, n > 0$ и $m^2n^2 = m + n$ выполняется равенство
$$\frac{m^2}{n^2} = \frac{m^3 + m^2 + 1}{n^3 + n^2 + 1}.$$

Доказательство. При $m = n$ получим тождество. Пусть $m \neq n$. Так как $m^2n^2 = m + n$, то $m^2n^2(m - n) = (m + n)(m - n)$, или

$$m^3n^2 - m^2n^3 = m^2 - n^2. \qquad (1)$$

Прибавим к обеим частям (1) $m^2n^2 \neq 0$:

$$m^3n^2 - m^2n^3 + m^2n^2 = m^2 - n^2 + m^2n^2,$$

$$m^3n^2 + m^2n^2 + n^2 = m^2n^3 + m^2n^2 + m^2$$

или $m^2(n^3 + n^2 + 1) = n^2(m^3 + m^2 + 1)$ откуда $\frac{m^2}{n^2} = \frac{m^3+m^2+1}{n^3+n^2+1}$. Что и требовалось доказать.

9 класс

1. Пять собачек Рекс, Дик, Шарик, Ной и Принц участвовали в соревнованиях: бег, ориентирование на местности, поиск спрятанного предмета. У собачек были ошейники какого-то одного из цветов: оранжевый, бирюзовый и фиолетовый. Во всех трех соревнованиях на первом месте была собака с оранжевым ошейником, на втором с бирюзовым и на третьем с фиолетовым. На последнем месте в беге был Рекс, в ориентировании Шарик, а искал спрятанный предмет хуже всех Принц. Могли ли у Дика и Ноя быть ошейники одинакового цвета? Во время соревнований ошейники у собачек не менялись.

Решение. Собачек всего пять, цветов ошейников – три, значит у одной собачки будет ошейник отличного от всех цвета. Это не Рекс, не Шарик и не Принц, значит это либо Дик, либо Ной, а значит у них не может быть ошейников одинаковых цветов.

Ответ. Нет.

2. Решите неравенство $\frac{y-3\sqrt{y}-4}{y+2\sqrt{y}-3} < 0$.

Решение. Ввести замену $\sqrt{y} = x, x \geq 0$, тогда получим

$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x - 3} < 0$, или $\frac{(x-4)(x+1)}{(x+3)(x-1)} < 0$.

Решая полученное неравенство методом интервалов, с учётом условия $x \geq 0$, получим

$1 < x < 4$, или $1 < \sqrt{y} < 4$, откуда $1 < y < 16$.

Ответ. (1; 16).

3. Найдите функцию $g(x)$, удовлетворяющую равенству
   $g\left(t^2 + \sqrt{t}\right) = t^4 + (2t^2 - 1)\sqrt{t} - t^2 + t$ при любом $t \geq 0$.

Решение. Запишем данное равенство в виде

$$g\left(t^2 + \sqrt{t}\right) = t^4 + 2t^2\sqrt{t} + t - (t^2 + \sqrt{t}) \qquad (1)$$

Пусть $t^2 + \sqrt{t} = x,$ (2)

Или $t^4 + 2t^2\sqrt{t} + t = x^2$. (3)

Учитывая (2) и (3), равенство (1) примет вид $g(x) = x^2 - x$.

Ответ. $g(x) = x^2 - x$.

4. Докажите, что при $m > 0, n > 0$ и $m^2n^2 = m + n$ выполняется равенство
   $\frac{m^2}{n^2} = \frac{m^3 + m^2 + 1}{n^3 + n^2 + 1}$.

Доказательство. При $m = n$ получим тождество. Пусть $m \neq n$. Так как

$m^2n^2 = m + n$, то $m^2n^2(m - n) = (m + n)(m - n)$, или

$$m^3n^2 - m^2n^3 = m^2 - n^2. \qquad (4)$$

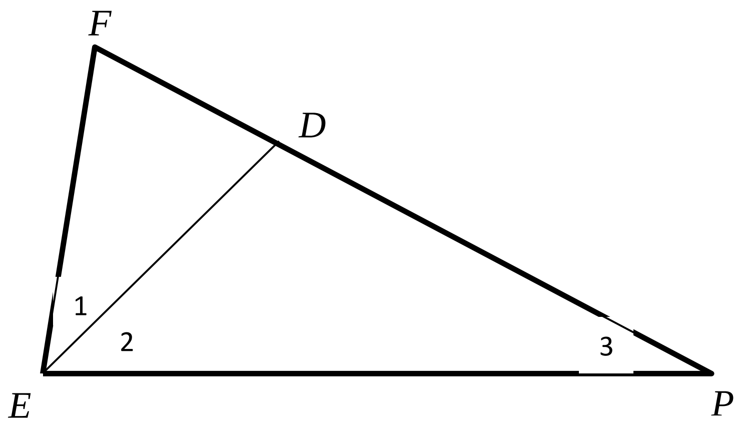
Прибавим к обеим частям (4) $m^2n^2 \neq 0$:

$$m^3n^2 - m^2n^3 + m^2n^2 = m^2 - n^2 + m^2n^2,$$

$$m^3n^2 + m^2n^2 + n^2 = m^2n^3 + m^2n^2 + m^2$$

или $m^2(n^3 + n^2 + 1) = n^2(m^3 + m^2 + 1)$ откуда $\frac{m^2}{n^2} = \frac{m^3+m^2+1}{n^3+n^2+1}$. Что и требовалось доказать.

5. В треугольнике *EFP*: *∠FEP = 2∠FPE, FP = EF + 2, EP = 5*. Найдите *EF* и *FP*.



Решение. Проведем биссектрису ED. Тогда $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

В ΔEDP: $ED = DP.$ Пусть $EF = x, ED = DP = y$, тогда $FP = x + 2, FD = x + 2 - y$. Заметим, что $\Delta EFD \sim \Delta PFE$ по двум углам ($\angle F$ – общий, $\angle 1 = \angle 3$).

Из подобия имеем:

$$\frac{EF}{FP} = \frac{FD}{EF} = \frac{ED}{EP},$$

или

$$\frac{x}{x+2} = \frac{x+2-y}{x} = \frac{y}{5}.$$

Для нахождения x и y получим систему:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{x+2} = \dfrac{y}{5}, \\ \dfrac{x+2-y}{x} = \dfrac{y}{5}, \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x = xy + 2y, \\ 5x + 10 - 5y = xy. \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения системы второе, получим $5y - 10 = 2y$, откуда $y = \frac{10}{3}$, тогда $x = 4$. Значит $EF = 4, FP = 6$.

Ответ. $EF = 4, FP = 6$.

10 класс

1. Маша и Катя исследуют 29 одинаковых по форме алмазов. 14 из них – природные, остальные искусственные. Каждый природный алмаз тяжелее искусственного на 2 грамма. У девочек есть чашечные весы без гирь, стрелка на которых показывает разность весов на чашках. Могут ли девочки, взяв один алмаз, за одно взвешивание сказать искусственный он или природный?

Решение. Надо положить на каждую чашку по 14 алмазов. Если у девочек природный алмаз, то на чашках останется всего 13 природных алмазов и разница в весе алмазов на чашках будет числом, дающим при делении на 4 в остатке 2, а если у девочек искусственный алмаз, то числом кратным 4.

Ответ. Да.

2. Решите неравенство $\frac{\sqrt{3y^2+4}}{y-1} \geq 4$.

Решение. Поскольку $\sqrt{3y^2+4} > 0$ при любом $y \in R$, то из данного неравенства имеем $y-1>0$, т.е. $y>1$.

Запишем данное неравенство в виде $\sqrt{3y^2+4} \geq 4(y-1)$, и так как обе части неравенства положительны, то, возведя в квадрат, получим равносильное неравенство:

$3y^2+4 \geq 16y^2-32y+16$, или $13y^2-32y+12 \leq 0$

Решая полученное неравенство методом интервалов, получим $\frac{6}{13} \leq y \leq 2$. Учитывая, что $y>1$, имеем $1<y\leq 2$.

Ответ. (1; 2].

3. Верно ли равенство

$$\frac{2\cdot 2023}{1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2023}} = 2024?$$

Решение.

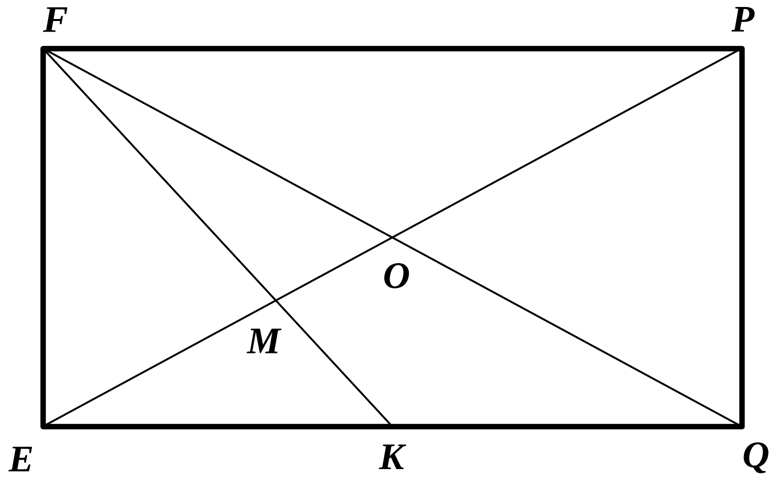
$$\frac{2\cdot 2023}{1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2023}} = \frac{2\cdot 2023}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{1012\cdot 2023}} =$$

$$= \frac{2\cdot 2023}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{1012\cdot 2023}} = \frac{2023}{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2024\cdot 2023}} =$$

$$= \frac{2023}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2023}-\frac{1}{2024}} = \frac{2023}{1-\frac{1}{2024}} = 2024.$$

Ответ. Да.

4. Дан прямоугольник *EFPQ*, причем *EQ* : *EF* = $\sqrt{2}$. Точка *K* лежит на стороне *EQ* и *EK* = *KQ*. Найдите угол между *FK* и *EP*.



Решение. Пусть $EF = x$, тогда $EQ = x\sqrt{2}$. Выразим через x все стороны ΔEMK и применим теорему косинусов для стороны EK. Это позволит вычислить косинус искомого угла EMK. Пусть $\angle EMK = \alpha$. Заметим, что EO и FK – медианы ΔEFQ.

Значит, $MK = \frac{1}{3}FK$, $EM = \frac{2}{3}EO$, тогда

$$MK = \frac{1}{3}FK = \frac{1}{3}\sqrt{EF^2 + EK^2} = \frac{1}{3}\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}x^2} = \frac{x}{\sqrt{6}}.$$

$$EM = \frac{2}{3}EO = \frac{1}{3}EP = \frac{1}{3}\sqrt{EQ^2 + PQ^2} = \frac{1}{3}\sqrt{2x^2 + x^2} = \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

В ΔEMK: $EK = \frac{x}{\sqrt{2}}, EM = \frac{x}{\sqrt{3}}, MK = \frac{x}{\sqrt{6}}$ тогда, по теореме косинусов имеем:

$$EK^2 = EM^2 + MK^2 - 2EM \cdot MK \cos\alpha,$$

или $\frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{6} - \frac{\sqrt{2}}{3}x^2\cos\alpha$, откуда $\cos\alpha = 0$, значит, $\angle EMK = \alpha = 90°$.

Замечание: можно и по теореме обратной теореме Пифагора, так как

$EK^2 = EM^2 + MK^2$ $(\frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{6})$, то $\angle EMK = \alpha = 90°$.

Ответ. $90°$.

5. Гостинице необходимо закупить новое постельное белье. В распоряжении менеджера 2 млн. руб. Покупать отдельные комплекты слишком дорого. На сайте проводятся акции – упаковка из 15 комплектов стоит 24 тыс. руб., из 27 комплектов – 40 тыс. руб., а за упаковку из 45 комплектов просят 60 тыс. руб. Сколько и каких упаковок надо купить, чтобы общее число комплектов оказалось наибольшим?

Решение. Пусть покупают x, y, z упаковок соответственно. Тогда $24x + 40y + 60z \leq 2000$ и требуется определить наибольшее значение функции $f(x, y, z) = 15x + 27y + 45z$. Решить систему уравнений не получается, но можно вычислить стоимость одного комплекта белья в каждом из случаев: 1600 руб., $1481\frac{1}{9}$ руб., $1333\frac{1}{3}$ руб.

Так как $1333\frac{1}{3} < 1481\frac{1}{9} < 1600$, то сначала покупаем упаковки по 45 комплектов, потом по 27, потом по 15.

Упаковок по 45 комплектов можно купить не более 33 упаковок.

Рассмотрим два случая.

1 случай. Куплено 33 упаковок по 45 комплектов. Тогда больше упаковок купить не получится. Общее количество комплектов будет равно 1485.

2 случай. Упаковок по 45 комплектов можно купить 32 и останется 80 тыс. руб., на которые можно купить упаковки по 27 комплектов. Тогда в итоге купим 1494 комплекта постельного белья. Все деньги потрачены, поэтому увеличить значение оптимизируемой функции не удастся.

Ответ. 1494.

11 класс

1. Найдите все корни уравнения

$$\frac{1}{(y+2019)(y+2020)} + \frac{1}{(y+2020)(y+2021)} + \frac{1}{(y+2021)(y+2022)} + \frac{1}{(y+2022)(y+2023)} = \frac{1}{1439999}.$$

Решение. $\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$. Тогда левая часть уравнения примет вид:

$$\frac{1}{y+2019} - \frac{1}{y+2020} + \frac{1}{y+2020} - \frac{1}{y+2021} + \frac{1}{y+2021} - \frac{1}{y+2022} + \frac{1}{y+2022} - \frac{1}{y+2023} =$$

$= \frac{1}{y+2019} - \frac{1}{y+2023}$. Обозначая $y + 2021 = t$, получим $\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t+2} = \frac{1}{1439999}$;

$$\frac{4}{(t-2)(t+2)} = \frac{1}{1439999};$$

$$t^2 = 4(1439999 + 1);$$

$$t = \pm 2400;$$

$$y_1 = 379, y_2 = -4421.$$

Ответ. 379, – 4421.

2. Решите на множестве натуральных чисел уравнение:
$$1 + y + y^2 + y^3 = 2^t.$$

Решение. Преобразуем уравнение к виду: $(1 + y^2)(1 + y) = 2^t$, откуда $1 + y^2 = 2^m$, где m – целое неотрицательное число и $1 + y = 2^n$, где n – целое неотрицательное число. Так как $y = 2^n - 1$, то $y^2 = (2^n - 1)^2$. Учитывая, что $1 + y^2 = 2^m$, получим $2^{2n} - 2 \cdot 2^n + 2 = 2^m$. Разделив обе части уравнения на 2, получим:
$2^{2n-1} - 2^n + 1 = 2^{m-1}$, которое равносильно уравнению $2^n(2^{n-1} - 1) + 1 = 2^{m-1}$. Так как m – целое неотрицательное число, то при $m > 1$ число 2^{m-1} является четным, поэтому $2^n(2^{n-1} - 1)$ – число нечетное. А это невозможно. Значит, осталось рассмотреть $m = 0$ и $m = 1$. При $m = 0$ имеем $1 + y^2 = 2^0$, натуральных решений нет. А при $m = 1$ получим, что $y^2 = 1$, и учитывая, что x – число натуральное, получаем $y = 1$, $t = 2$.
Ответ. $y = 1$, $t = 2$.

3. Маша и Катя исследуют 51 одинаковый по форме алмазов. Один из алмазов искусственный, а не природный, и он легче природных. Все природные алмазы весят одинаково. У девочек есть чашечные весы без гирь. Можно ли за 5 взвешиваний найти искусственный алмаз, если каждый из алмазов можно взвешивать не более 2 раз?

Решение. Поступаем следующим образом. Сначала положим на две чашки весов по 9 алмазов, потом по 7 из еще не бравшихся алмазов, затем – по 5; 3; 1. Если во всех случаях было равновесие, то искусственный алмаз – оставшийся. Если при каком-то взвешивании одна из чашек перевесила, то искусственный алмаз лежит в другой чаше. Рассмотрим, как ее определить. Если это случилось при первом взвешивании, то разбиваем 9 алмазов на пары и за 4 взвешивания находим искусственный алмаз, взвешивая по одной паре. Если при каком-то взвешивании равновесие нарушается, то более легкий алмаз и будет искусственным, если же ни в одном взвешивании равновесие не нарушится, то оставшийся без пары алмаз – искусственный. Аналогично поступаем и в остальных случаях: когда равновесие нарушилось во второй, третий или четвертый раз. Если равновесие нарушилось в пятый раз, когда на чашах лежало по одному алмазу, то более легкий алмаз – искусственный.

Ответ. Да.

4. Найдите функцию $g(x)$, для каждого $t > 0$ удовлетворяющую равенству $5g(t) = 3g\left(\frac{1}{t}\right) + \frac{1}{\sqrt{t}}$.

Решение. Заменяя t на $\left(\frac{1}{t}\right)$, получим $5g\left(\frac{1}{t}\right) = 3g(t) + \sqrt{t}$, где $t > 0$.

Решая полученное уравнение с данными, имеем систему относительно $g(t)$ и $g\left(\frac{1}{t}\right)$:

$$\begin{cases} 5g(t) - 3g\left(\dfrac{1}{t}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{t}}, \\ 3g(t) - 5g\left(\dfrac{1}{t}\right) = -\sqrt{t}. \end{cases}$$

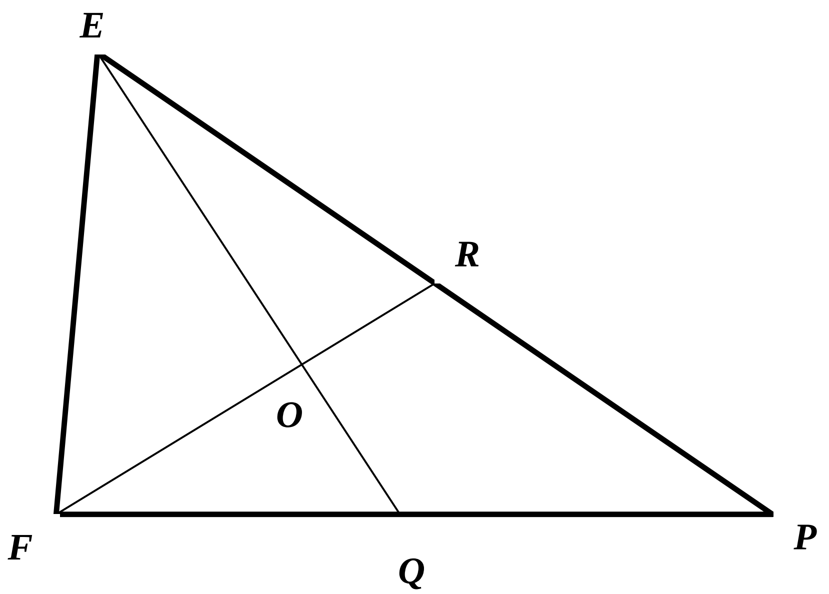
Поскольку нам надо найти *g(t)*, то умножим обе части первого уравнения на 5, а второго на (-3), а затем почленно сложим:

$$16g(t) = \frac{5}{\sqrt{t}} + 3\sqrt{t}, \qquad t > 0,$$

откуда $g(t) = \frac{5 + 3t}{16\sqrt{t}}$. Заменяя *t* на *x*, получим $g(x) = \frac{5 + 3x}{16\sqrt{x}}$.

Ответ. $g(x) = \frac{5 + 3x}{16\sqrt{x}}$.

5. Дан треугольник *EFP*. Длины сторон *EP* = *m*, *FP* = *n*. Точка *Q* лежит на стороне *FP* и *FQ* = *QP*, а точка *R* лежит на стороне *EP* и *ER* = *RP*, причем *EQ* ⊥*FR*. Найдите длину стороны *EF*.



Решение. Используя теорему косинусов для $\Delta EQP, \Delta FPR, \Delta EPF$, имеем:

$$EQ^2 = m^2 + \frac{1}{4}n^2 - mn\cos\angle P, \qquad (1)$$

$$FR^2 = n^2 + \frac{1}{4}m^2 - mn\cos\angle P, \qquad (2)$$

$$EF^2 = m^2 + n^2 - 2mn\cos\angle P. \qquad (3)$$

Так как по условию задачи $EQ \perp FR$, то из ΔFOE имеем

$$EF^2 = EO^2 + FO^2. \qquad (4)$$

По свойству медианы треугольника $FO = \frac{2}{3}FR$; $EO = \frac{2}{3}EQ$, тогда (4) примет вид

$$EF^2 = \frac{4}{9}(EQ^2 + FR^2), \qquad (5)$$

Упростим (5) с учетом (1) и (2):

$$EF^2 = \frac{1}{9}(5m^2 + 5n^2 - 8mn\cos\angle P), \qquad (6)$$

Сравнивая (3) и (6), получим

$4(m^2 + n^2) = 10mn\cos\angle P$, откуда $\cos\angle P = \frac{2(m^2+n^2)}{5mn}$, тогда (3) примет вид:

$$EF^2 = \frac{1}{5}(m^2 + n^2),$$

откуда $EF = \sqrt{\frac{1}{5}(m^2 + n^2)}$.

2 способ. Пусть *FO* = 2*x*, *EO* = 2*y*. Тогда, по теореме Пифагора из треугольников *FOQ* и *EOR* получаем:

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = \frac{1}{4}n^2; \\ x^2 + 5y^2 = \frac{1}{4}m^2. \end{cases}$$

Суммируя, получим $x^2 + y^2 = \frac{1}{20}(m^2 + n^2)$.

По теореме Пифагора из треугольников *FOE*: $EF^2 = 4(x^2 + y^2) = \frac{1}{5}(m^2 + n^2)$.

Ответ. $EF = \sqrt{\frac{1}{5}(m^2 + n^2)}$.

3.5. Список источников для подготовки к муниципальному этапу олимпиады

Журналы:

1. «Квант».
2. «Квантик».

3. «Математика в школе».
4. «Математика для школьников».

Книги и методические пособия:

1. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К.* Муниципальные олимпиады Московской области по математике. - М.: МЦНМО, 2019.
2. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К.* Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы. - М.: Просвещение, 2010.
3. Агаханов Н.Х., Богданов И.И., Кожевников П.А., Подлипский О.К., Терешин Д.А. *Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. - М.: Просвещение, 2008.*
4. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К.* Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 2. - М.: Просвещение, 2009.
5. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Рубанов И.С.* Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 3. - М.: Просвещение, 2011.
6. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Рубанов И.С.* Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 4. - М.: Просвещение, 2013.
7. *Адельшин А.В., Кукина Е.Г., Латыпов И.А. и др.* Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина. Омск, 2007—20012. - М.: МЦНМО, 2017.
8. *Андреева А.Н. Барабанов А.И., Чернявский И.Я.* Саратовские математические олимпиады.1950/51-1994/95. — 2-е изд., испр. и доп. - М.: МЦНМО, 2013.
9. *Бабинская И.Л.* Задачи математических олимпиад. — М.: Наука, 1975.
10. *Блинков А.Д., Горская Е.С., Гуровиц В.М.* (сост.). Московские математические регаты. Часть 1. 1998- 2006.- М.: МЦНМО, 2014.
11. *Блинков А.Д.* (сост.). Московские математические регаты. Часть 2. 2006- 2013 - М.: МЦНМО, 2014.
12. *Блинков А. Д.* (сост.). Московские математические регаты. Часть 3. 2013-2020. - М.: МЦНМО, 2023.
13. *Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В.* Ленинградские математические кружки. - М.: МЦНМО, 2022.
14. *Горбачев Н.В.* Сборник олимпиадных задач по математике. - М.: МЦНМО, 2023.
15. *Гордин Р.К.* Это должен знать каждый матшкольник. —6-е изд., стереотип. - М., МЦНМО, 2011.
16. *Гордин Р.К.* Геометрия. Планиметрия. 7-9 классы. —5-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2012.
17. *Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К.* Как решают нестандартные задачи. — 8-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2014.
18. *Кноп К.А.* Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. — 3-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2014.
19. *Козлова Е. Г.* Сказки и подсказки (задачи для математического кружка). — 7-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2013.
20. *Кордемский Б.А.* Математическая смекалка. - М.: ГИФМЛ, 1958.
21. *Раскина И. В, Шноль Д. Э.* Логические задачи. - М.: МЦНМО, 2014.

Интернет-ресурс:
http://www.problems.ru/

Председатель
предметно-методической
комиссии Е.В. Фролова

Члены предметно-методической
комиссии Г.А. Воробьев, М.В. Подаев, О.Е. Иванова

Приложение 1

ФОРМА ВЕДОМОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ РАБОТ УЧАСТНИКОВ ОЛИМПИАДЫ

7 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

8 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

9 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

10 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

11 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

Председатель Жюри

Ф.И.О. ______________________ Подпись ______________________

Члены Жюри

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись

Секретарь

Ф.И.О.	Подпись

Приложение 2

ЗАЯВЛЕНИЕ УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ НА АПЕЛЛЯЦИЮ

Председателю жюри муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике ученика ____класса
_____________________ (полное название образовательного учреждения)
_________________ (фамилия, имя, отчество)

Заявление

Прошу Вас пересмотреть мою работу (*указывается олимпиадное задание*), так как я не согласен с выставленными мне баллами. (*Участник Олимпиады далее обосновывает свое заявление.)*

____
____
____
____
____
____
____

____
Дата

____
Подпись

Приложение 3

ПРОТОКОЛ № ____
рассмотрения апелляции участника муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике

____
(Ф.И.О. полностью)

ученика _______ класса
____
(полное название образовательного учреждения)

Место проведения ____
(субъект Федерации, город)

Дата и время ____

Присутствуют:

Члены Жюри: (указываются Ф.И.О. полностью).

Члены Оргкомитета: (указываются Ф.И.О. полностью).

Краткая запись разъяснений членов Жюри (по сути апелляции) _______________________
____
____

Результат апелляции:

1) оценка, выставленная участнику Олимпиады, оставлена без изменения;
2) оценка, выставленная участнику Олимпиады, изменена на _____________.

С результатом апелляции согласен (не согласен) ________ (подпись заявителя).

Члены Жюри

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись

Члены Оргкомитета

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись